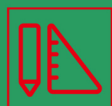




教育图书



功能学具



学生之家

基础教育行业专研品牌

30⁺年专注教育行业

全品学练考

主编
肖德好

练习册

高中数学

选择性必修第三册 RJB

01

【课前预习】精炼呈现，使琐碎知识逻辑更清晰；诊断分析解决易错，排查知识陷阱

课前预习

知识导学 素养初识

◆ 知识点一 等比数列的定义

一般地，如果数列 $\{a_n\}$ 从第2项起，每一项与它的前一项之比都等于_____，即_____恒成立，则称 $\{a_n\}$ 为等比数列，其中 $q(q \neq 0)$ 称为等比数列的_____。(数列至少应该有3项)

【诊断分析】判断正误。(请在括号中打“√”或“×”)

- (1)若数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1} = 2a_n (n \in \mathbf{N}^*)$ ，那么 $\{a_n\}$ 是等比数列。 ()
- (2)常数列一定为等比数列。 ()

◆ 知识点二 等比数列的通项公式

1. 一般地，如果等比数列 $\{a_n\}$ 的首项是 a_1 ，公比是 q ，那么根据等比数列的定义可知，等比数列的通项公式是_____。

等比数列的通项公式说明，只要确定了等比数列的首项与公比，就可以写出等比数列中的每一项。

2. 等比数列任意两项间的关系：如果 a_n 是等比数列 $\{a_n\}$ 的第 n 项， a_m 是等比数列 $\{a_n\}$ 的第 m 项，且 $m \leq n$ ，公比为 q ，则有_____。

3. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中， $\frac{a_m}{a_n} = \frac{a_m}{a_n}$ 或 $a_m = \frac{a_n}{a_n}$ 。

02

【课中探究】采用分层式设计，通过题组、拓展形式凸显讲次重点

课中探究

考点探究 素养小结

◆ 探究点一 等差中项及其应用

例1 (1)在等差数列 $\{a_n\}$ 中， $a_4 + a_5 + a_6 = 60$ ，则 $a_2 + a_8$ 的值为 ()

- A. 15 B. 20 C. 30 D. 40

(2)[2024·辽宁大连高二期中]在 a 和 b 两数之间插入2023个数，使它们与 a, b 组成等差数列 $\{c_n\}$ ，则 $c_{1013} =$ ()

- A. $\frac{b-a}{2}$ B. $\frac{b-a}{3}$
- C. $\frac{a+b}{2}$ D. $\frac{ab}{3}$

变式 (1)等差数列 $1+x, 2x+2, 5x+1, \dots$ 的第4项等于 ()

- A. 10 B. 6
- C. 8 D. 12

(2)[2024·贵州安顺高二期末]已知数列 $\{a_n\}$ 中， $a_1 = 3, a_{n+1} = \lambda a_n - 4 (\lambda > 1, n \in \mathbf{N}^*)$ ，且 $a_2 + 2$ 是 a_1 和 $a_2 + 6$ 的等差中项，则实数 λ 的值为_____。

【素养小结】

a, b, c 成等差数列的充要条件是 $b = \frac{a+c}{2}$ (或 $2b = a+c$)，可用来进行等差数列的判定，如要证 $\{a_n\}$ 为等差数列，可证 $2a_{n+1} = a_n + a_{n+2} (n \in \mathbf{N}^*)$ 。

◆ 探究点二 等差数列的性质的应用

例2 [2025·陕西铜川高二期中]若等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_2 + a_5 + a_{16} + a_{19} = 2$ ，则 $a_8 + a_{13} =$ ()

- A. 1 B. -1 C. 4 D. 2

变式 在等差数列 $\{a_n\}$ 中，若 $a_7 + a_{10} = a_{11} + 3$ ，则 $a_1 + a_2 + \dots + a_{11}$ 的值是 ()

- A. 33 B. 66
- C. 22 D. 44

【素养小结】

与等差数列的性质有关的问题，意在考查逻辑推理、数学运算的核心素养，求解的关键：

- (1)等差数列任意两项间的关系 $a_n = a_m + (n-m)d$ 常用于求其他项或求公差；
- (2)若 $n+m = 2p (p, m, n \in \mathbf{N}^*)$ ，则 $a_n + a_m = 2a_p$ ，常用于求两项的等差中项；
- (3)若 $n+m = p+q (p, q, m, n \in \mathbf{N}^*)$ ，则 $a_n + a_m = a_p + a_q$ ，常用于两项和的转化。

拓展 已知等差数列 $\{a_n\}$ 和等差数列 $\{b_n\}$ 各有100项，且 $a_1 = 5, a_2 = 8, b_1 = 3, b_2 = 7$ ，问两数列共有多少个相同的项？记这些相同的项从小到大依次构成数列 $\{c_n\}$ ，问数列 $\{c_n\}$ 是否为等差数列？

CONTENTS



05 第五章 数列

PART FIVE	
5.1 数列基础	001
5.1.1 数列的概念	001
5.1.2 数列中的递推	003
5.2 等差数列	005
5.2.1 等差数列	005
第1课时 等差数列的定义和通项公式	005
第2课时 等差数列的性质	007
5.2.2 等差数列的前 n 项和	009
第1课时 等差数列的前 n 项和公式	009
第2课时 等差数列的前 n 项和的性质及其应用	011
滚动习题(一) [范围 5.1~5.2]	013
5.3 等比数列	015
5.3.1 等比数列	015
第1课时 等比数列的定义和通项公式	015
第2课时 等比数列的性质	017
5.3.2 等比数列的前 n 项和	019
第1课时 等比数列的前 n 项和公式	019
第2课时 等比数列的前 n 项和的性质及其应用	021
微突破(一) 求数列的通项公式常用方法	023
微突破(二) 数列求和常用方法	025
5.4 数列的应用	027
5.5 数学归纳法	029
滚动习题(二) [范围 5.1~5.5]	031

06 第六章 导数及其应用

PART SIX

6.1 导数	033
6.1.1 函数的平均变化率	033
6.1.2 导数及其几何意义	035
6.1.3 基本初等函数的导数	037
6.1.4 求导法则及其应用	039
第1课时 导数四则运算法则及其应用	039
第2课时 简单复合函数的求导法则	041
6.2 利用导数研究函数的性质	043
6.2.1 导数与函数的单调性	043
第1课时 利用导数判断函数的单调性	043
第2课时 导数与函数单调性的应用	045
6.2.2 导数与函数的极值、最值	047
第1课时 利用导数研究函数的极值	047
第2课时 利用导数研究函数的最值	049
习题课一 导数的综合应用(一)	051
习题课二 导数的综合应用(二)	053
6.3 利用导数解决实际问题	055
滚动习题(三) [范围 6.1~6.3]	057

■ 参考答案 (练习册) [另附分册 P059~P106]

■ 导学案 [另附分册 P107~P216]

本书精选带★题目,助力学生规避易错、掌握方法、总结结论

测 评 卷

单元素养测评卷(一) [第五章]	卷 01
单元素养测评卷(二) A [第六章]	卷 03
单元素养测评卷(二) B [第六章]	卷 05
模块素养测评卷(一)	卷 07
模块素养测评卷(二)	卷 09
模块素养测评卷(三)	卷 11
参考答案	卷 13

第五章 数列

5.1 数列基础

5.1.1 数列的概念

一、选择题

1. 若数列 $\{a_n\}$ 的前4项依次是 $\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, -\frac{1}{5}$,

则此数列的通项公式可能为 $a_n =$ ()

A. $\frac{(-1)^{n-1}}{n}$

B. $\frac{(-1)^n}{n}$

C. $\frac{(-1)^{n+1}}{n+1}$

D. $\frac{(-1)^n}{n+1}$

2. 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n =$

$\begin{cases} 3n+1, n \text{ 是奇数,} \\ 2n-2, n \text{ 是偶数,} \end{cases}$ 则 $a_2 \cdot a_3 =$ ()

A. 70 B. 28 C. 20 D. 8

3. [2024·四川乐山高二期末] 已知数列 $1, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{7}, 3, \dots$, 按此规律, $3\sqrt{3}$ 是该数列的 ()

A. 第11项 B. 第12项
C. 第13项 D. 第14项

4. [2024·河南焦作高二期末] 观察数列 $1, 1, 2, 3, a, 8, 13, 21, \dots$ 的特点, 则 $a =$ ()

A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

5. 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = n \times \left(\frac{2}{3}\right)^n$,

则数列 $\{a_n\}$ 中的最大项的项数为 ()

A. 2 B. 3
C. 2或3 D. 4

6. 已知函数 $f(x) = x + \frac{1}{x}$, 设数列 $\{a_n\}$ 的通项

公式为 $a_n = f(n) (n \in \mathbf{N}_+)$, 则下列说法中错误的是 ()

A. $\{a_n\}$ 是无穷数列
B. $\{a_n\}$ 是递增数列
C. $\{a_n\}$ 不是常数列
D. $\{a_n\}$ 中有最大项

7. [2025·吉林松原高二期中] 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = n^2 - tn (n \in \mathbf{N}^*)$, 若数列 $\{a_n\}$ 是递增数列, 则正实数 t 的取值范围为 ()

A. $0 < t < 3$ B. $1 < t < 3$
C. $0 < t \leq 2$ D. $1 < t \leq 2$

8. (多选题) 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = \frac{n}{3n-16}$, 则 ()

A. 数列 $\{a_n\}$ 为递增数列
B. $a_4 + a_8 = 2a_6$
C. a_5 为最小项
D. a_6 为最大项

9. (多选题) 对于无穷数列 $\{a_n\}$, 定义: $b_n = a_n - \frac{1}{a_n} (n \in \mathbf{N}_+)$, 称数列 $\{b_n\}$ 是 $\{a_n\}$ 的“倒差数列”, 则下列说法正确的有 ()

A. 若数列 $\{a_n\}$ 是递增数列, 则数列 $\{b_n\}$ 为递增数列
B. 若数列 $\{b_n\}$ 是常数列, $a_{n+1} - a_n \neq 0$, 则 $a_{n+2} = a_n$
C. 若 $a_n = 1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^n$, 则数列 $\{b_n\}$ 没有最小项
D. 若 $a_n = 1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^n$, 则数列 $\{b_n\}$ 有最大项

二、填空题

10. 下列是数列的是_____; 是有穷数列的是_____; 是无穷数列的是_____.

① $\{1, 3, 5, 7, 9\}$; ② $4, 3, 2, 1, 0$; ③所有无理数;
④ $1, 2, 3, 4, \dots$; ⑤ $2, 2, 2, 2, 2$.

班级	
姓名	
题号	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	

11. 如图,三角形数阵由数列 $2, 5, 8, 11, 14, \dots$ 排列而成,按照此规律,下列结论正确的是_____.(填序号)

$$\begin{array}{ccccccc}
 & & & & 2 & & \\
 & & & & 5 & 8 & \\
 & & 11 & 14 & 17 & & \\
 & 20 & 23 & 26 & 29 & & \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & &
 \end{array}$$

- ①数阵中第 7 行从左至右第 4 个数是 74;
 ②数阵中第 8 行从左至右第 4 个数是 101;
 ③数阵中第 10 行的第 1 个数是 137;
 ④数阵中第 10 行从左至右第 4 个数是 146.
12. 在数列 $\{a_n\}$ 中,对任意的正整数 n ,都有 $a_n = n^2 + \lambda n$ 成立.若数列 $\{a_n\}$ 是递增数列,则实数 λ 的取值范围是_____.

三、解答题

13. (13 分)写出以下各数列 $\{a_n\}$ 的一个通项公式.(可以不写过程)
- (1) $3, 5, 9, 17, 33, \dots$;
 (2) $\frac{2}{3}, \frac{4}{15}, \frac{6}{35}, \frac{8}{63}, \dots$;
 (3) $\frac{3}{2}, 1, \frac{5}{8}, \frac{3}{8}, \dots$;
 (4) $1, 0, -\frac{1}{3}, 0, \frac{1}{5}, 0, -\frac{1}{7}, 0, \dots$.

14. (13 分)已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = \frac{n^2}{n^2+1} (n \in \mathbf{N}^*)$, 数列 $\{b_n\}$ 的通项公式为 $b_n = n^2 + 1 (n \in \mathbf{N}^*)$.
- (1) 0.98 是不是数列 $\{a_n\}$ 中的项?
 (2) 判断数列 $\{a_n\}$ 的单调性,并求该数列的最小项.
 (3) 若 $c_n = \lg a_n + \lg b_n (n \in \mathbf{N}^*)$, 求满足 $c_n > 3$ 的最小正整数 n 的值.

► 思维探索 选做题

15. 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = \begin{cases} 2^n - 1, & n \leq 4, \\ -n^2 + (a-1)n, & n \geq 5, \end{cases}$ 若 a_5 是 $\{a_n\}$ 的最大项,则实数 a 的取值范围是_____.
16. (15 分)[2024 · 北京延庆区高二期末] 已知数列 $\{a_n\}$ 具有性质 A: 对任意 $a_i, a_j (i \leq j, i, j \in \mathbf{N}_+)$, 都存在 a_k , 使得 $a_k = a_i a_j$. 分别判断以下两个数列是否满足性质 A, 并说明理由.
- (1) 有穷数列 $\{a_n\}: a_n = 2n - 1 (n = 1, 2, 3)$;
 (2) 无穷数列 $\{b_n\}: b_n = 2^{n-1} (n = 1, 2, 3, \dots)$.

5.1.2 数列中的递推

一、选择题

- 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=1, a_{n+1}=3-a_n$,则 $a_{10}=(\quad)$
A. -2 B. 2
C. 1 D. -1
- [2024·上海闵行区高二期中] 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1}=3a_n, a_3+a_4=2$,则 $a_4+a_5=(\quad)$
A. 2 B. 3 C. 6 D. 8
- 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ,且满足 $S_n=2^n-1$,则 $a_{10}=(\quad)$
A. 256 B. 512
C. 1024 D. 2048
- 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=3, a_{n+1}=a_n+\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$,则 $a_n=(\quad)$
A. $4+\frac{1}{n}$ B. $4-\frac{1}{n}$
C. $2+\frac{1}{n}$ D. $2-\frac{1}{n}$
- 若 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和,且 $S_n=2a_n-2$,则当 $n\geq 2$ 时, a_n 与 a_{n-1} 的关系为 $(\quad)$
A. $a_n=2a_{n-1}$ B. $a_n=\frac{1}{2}a_{n-1}$
C. $a_n=-2a_{n-1}$ D. $a_n=-\frac{1}{2}a_{n-1}$
- 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1, a_{n+1}=\begin{cases} a_n+3, & n \text{ 为奇数,} \\ 2a_n+1, & n \text{ 为偶数,} \end{cases}$ 则 $a_6=(\quad)$
A. 16 B. 25
C. 28 D. 33
- 设 $\Omega(a_n)$ 表示落在区间 $[n, a_n]$ 内的偶数个数,已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1}-a_n=4n (n\in\mathbf{N}^*)$, $a_1=8$,则 $\Omega(a_9)=(\quad)$
A. 71 B. 72
C. 73 D. 76
- (多选题)[2024·甘肃金昌高二期中] 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=-\frac{1}{2}, a_{n+1}=1-\frac{1}{a_n} (n\in\mathbf{N}^*)$,记数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ,则 $(\quad)$
A. $a_3=\frac{2}{3}$
B. $S_{3n+3}-S_{3n}=\frac{19}{6}$
C. $S_{19}=19$
D. $a_{n-1}a_na_{n+1}=-1 (n\geq 2, n\in\mathbf{N}^*)$
- (多选题)[2025·河北秦皇岛高二期中] 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1}=a_n\cos n\pi, a_1=1$,则 $(\quad)$
A. $a_3=-1$
B. 当 n 是偶数时, $a_{n+1}+a_n=0$
C. 数列 $\{|a_n|\}$ 是常数列
D. $\sum_{k=1}^{2023} a_k=-1$

二、填空题

- 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=2, a_{n+1}=a_n+\ln\left(1+\frac{1}{n}\right)$,则 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=$ _____.
- [2025·广东肇庆高二期中] 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n=\frac{1}{2}(n^2+n)$,则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为_____.
- [2025·浙江温州高二期中] 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1}+(-1)^na_n=n$,则 $S_{20}=$ _____.

5.2 等差数列

5.2.1 等差数列

第1课时 等差数列的定义和通项公式

一、选择题

1. [2024·北京育才学校高二期中] 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1} = a_n - 3$ 且 $a_1 = 7$, 则 a_3 的值是 ()
- A. -3 B. 4
C. 1 D. -2
2. 已知 $\{a_n\}$ 是首项为 1, 公差为 3 的等差数列, 如果 $a_k = 2023 (k \in \mathbf{N}_+)$, 则 k 等于 ()
- A. 667 B. 668
C. 669 D. 675
3. 已知数列 $\{a_n\}$ 是首项为 2, 公差为 3 的等差数列, 数列 $\{b_n\}$ 是首项为 -2, 公差为 4 的等差数列. 若 $a_n = b_n$, 则 n 的值为 ()
- A. 4 B. 5
C. 6 D. 7
4. [2025·重庆沙坪坝区高二期末] 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n = \begin{cases} 12, n=1, \\ a_{n-1} - 2, 1 < n \leq 6, \end{cases}$ 则点 (n, a_n) 所在直线的斜率为 ()
- A. -1 B. 1
C. 2 D. -2
5. [2024·河南南阳高二期末] 若 $\{a_n\}$ 是各项均为正数的等差数列且为无穷数列, $a_3 + a_9 = 6$, 则 $\{a_n\}$ 的公差 d 的取值范围是 ()
- A. $[1, 2)$ B. $(0, \frac{3}{5})$
C. $(\frac{3}{5}, +\infty)$ D. $[0, \frac{3}{5})$
6. [2025·广西南宁高二期中] 若关于 x 的方程 $(x^2 - 4x + m)(x^2 - 4x + n) = 0$ 的四个根组成一个首项为 $\frac{1}{2}$ 的等差数列, 则该数列的公差为 ()
- A. 1 B. $\frac{3}{4}$
C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{3}{8}$

★7. 已知数列 $\{\frac{2}{a_n+1}\}$ 是等差数列, 且 $a_1 = 1$, $a_3 = -\frac{1}{3}$, 那么 $a_{2024} =$ ()

- A. $\frac{1011}{1012}$ B. $-\frac{1011}{1012}$
C. $\frac{2020}{2023}$ D. $-\frac{2020}{2023}$

8. (多选题) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的首项为 $-\frac{3}{2}$, 若数列 $\{a_n\}$ 从第 6 项起出现正数, 则公差 d 的值可能为 ()

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{3}{10}$
C. $\frac{3}{8}$ D. $\frac{3}{7}$

9. (多选题) 设所有被 3 除余 2 的自然数从小到大组成数列 $\{a_n\}$, 所有被 5 除余 2 的自然数从小到大组成数列 $\{b_n\}$, 把 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的公共项从小到大排列得到数列 $\{c_n\}$, 则 ()

- A. $a_3 + b_5 = c_3$ B. $a_{46} = c_{10}$
C. $a_5 b_2 < c_8$ D. $c_9 - b_9 = a_{26}$

二、填空题

10. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1, a_{n+1} = (\sqrt{a_n} + 3)^2$, 则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n =$ _____.
11. [2025·江西赣州高二期中] 已知数列 $\{a_n\}$ 是公差为 $d (d > 0)$ 的等差数列, 若 $\{a_n\}$ 的连续四项是集合 $\{-6, -2, 0, 2, 6\}$ 中的元素, 则 $d =$ _____.
12. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = \frac{2}{3}, a_{n+1} = \frac{2a_n}{a_n + 2}$, 则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 _____.

班级	
姓名	
答题区	题号
	1
	2
	3
	4
	5
	6
	7
	8
	9

三、解答题

13. (13 分) 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_2 + a_5 = 24$, $a_{17} = 66$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 求 a_{2028} .

14. (13 分) 已知等差数列 $8, 5, 2, \dots$.

(1) 求该数列的第 20 项.

(2) 试问 -121 是不是该等差数列的项? 如果是, 指明是第几项; 如果不是, 试说明理由.

(3) 该数列共有多少项位于区间 $[-200, 0]$ 内?

思维探索 选做题

15. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1$, $a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 1, & n \text{ 为奇数,} \\ a_n + 2, & n \text{ 为偶数.} \end{cases}$ 记 $b_n = a_{2n}$, 则数列 $\{b_n\}$ 的通项公式为_____.

16. (15 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = \frac{1}{5}$, 且当

$n > 1, n \in \mathbf{N}^*$ 时, 有 $\frac{a_{n-1}}{a_n} = \frac{2a_{n-1} + 1}{1 - 2a_n}$, 设

$b_n = \frac{1}{a_n}, n \in \mathbf{N}^*$.

(1) 求证: 数列 $\{b_n\}$ 为等差数列.

(2) $a_1 a_2$ 是否为数列 $\{a_n\}$ 中的项? 如果是, 是第几项; 如果不是, 请说明理由.



第2课时 等差数列的性质

一、选择题

- 已知 m 和 $2n$ 的等差中项是 4, $2m$ 和 n 的等差中项是 5, 则 m 和 n 的等差中项是 ()
A. 2 B. 3
C. 6 D. 9
- 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_7 + a_9 = 16$, 则 $a_4 + a_{12} =$ ()
A. 15 B. 16
C. 31 D. 64
- 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 + a_4 + a_7 = 58$, $a_2 + a_5 + a_8 = 44$, 则 $a_3 + a_6 + a_9$ 的值为 ()
A. 30 B. 27
C. 24 D. 21
- [2025 · 江西南昌高二期中] 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $a_3 = 3$, $a_1 a_5 = 8$, 则该数列的公差为 ()
A. $\frac{1}{2}$ B. 1
C. 2 D. $\pm \frac{1}{2}$
- 已知 $x \neq y$, 数列 x, a_1, a_2, y 与 x, b_1, b_2, b_3, y 都是等差数列, 则 $\frac{a_2 - a_1}{b_2 - b_1}$ 的值是 ()
A. $\frac{4}{3}$ B. $\frac{3}{4}$
C. $\frac{5}{4}$ D. $\frac{4}{5}$
- [2025 · 云南丽江高二期中] 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差 $d \neq 0$, 且 $a_{2025} = 0$, 若 $a_1 + a_2 + \cdots + a_m = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$ 且 $m \neq n$, 则 $m + n =$ ()
A. 4047 B. 4046
C. 2025 D. 4049
- 已知数列 $\{a_n\}$, 则“ $a_{n-2} + a_{n+2} = 2a_n (n \geq 3, n \in \mathbf{N}^*)$ ”是“数列 $\{a_n\}$ 是等差数列”的 ()
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
- (多选题) 若无穷数列 $\{a_n\}$ 是等差数列, 且各项均为正数, $a_7 + a_9 = 10$, 则 ()
A. $a_2 + a_8 + a_{14} = 15$
B. 当 $a_1 = \frac{3}{2}$ 时, $\{a_n\}$ 的公差为 2
C. $\{a_n\}$ 的公差 d 的取值范围是 $(0, \frac{5}{7})$
D. 当 a_{14} 为整数时, a_{14} 的最大值为 9
- (多选题) [2024 · 江苏镇江句容中学高二月考] 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的首项是正数, 记 S_n 为其前 n 项和, 若 $a_1 + a_2 + a_3 = S_{10}$, 则下列结论中正确的有 ()
A. $d < 0$
B. $S_{13} = 0$
C. $\{a_n\}$ 是先增后减的数列
D. $S_6 = S_7$ 且为 S_n 的最大值

二、填空题

- 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $a_7 = m$, $a_{14} = n$, 则 $a_{21} =$ _____; 若 $a_3 = 5$, 则 $a_1 + 2a_4 =$ _____.
- 小明玩投放石子游戏, 从 A 处出发, 先走 1 m 放下 1 枚石子, 再走 4 m 放下 3 枚石子, 再走 7 m 放下 5 枚石子, 再走 10 m 放下 7 枚石子……照此规律最后走到 B 处放下 35 枚石子. 则小明从 A 处到 B 处的路程为 _____ m.
- 已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_2 + a_4 + 2a_7 = 12$, 则 $2a_9 - a_{13}$ 的值为 _____.

班级	
姓名	
答题区	题号
	1
	2
	3
	4
	5
	6
	7
	8
	9

三、解答题

13. (13 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 为等差数列, 且公差为 d .

(1) 若 $a_{15} = 8, a_{60} = 20$, 求 a_{105} 的值;

(2) 若 $a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = 34, a_2 a_5 = 52$, 求公差 d .

14. (13 分) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的首项为 a_1 , 公差为 d , 若以第 2 项为首项, 每隔两项取出一项组成一个新的数列 $\{b_n\}$, 则这个数列是等差数列吗? 若是, 求出其公差, 其中 b_n 为数列 $\{a_n\}$ 的第几项?

思维探索 选做题

15. (多选题) 若数列 $\{a_n\}$ 是等差数列, 其公差 $d > 0$, 则下列关于数列 $\{b_n\}$ 的说法正确的是 ()

- A. 若 $b_n = -a_n$, 则数列 $\{b_n\}$ 是递减数列
- B. 若 $b_n = a_n^2$, 则数列 $\{b_n\}$ 是递增数列
- C. 若 $b_n = a_n + a_{n+1}$, 则数列 $\{b_n\}$ 是公差为 d 的等差数列
- D. 若 $b_n = a_n + n$, 则数列 $\{b_n\}$ 是公差为 $d + 1$ 的等差数列

16. (15 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $2^{a_{n+1}} = 2^{a_n} + 2^{\log_4 8}, n \in \mathbf{N}^*$, 且 $a_1 = \frac{3}{2}$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

(2) 是否存在正整数 n , 使得 a_n, a_{n+1}, a_{n+2} 成等差数列? 若存在, 求出 n 的值; 若不存在, 请说明理由.

5.2.2 等差数列的前 n 项和

第1课时 等差数列的前 n 项和公式

一、选择题

1. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $a_2 = 2$, 公差 $d = 2$, 则 $S_{10} =$ ()
A. 200 B. 100
C. 90 D. 80
2. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $a_1 = 2, S_3 = 12$, 则 $a_6 =$ ()
A. 8 B. 10
C. 12 D. 14
3. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $S_7 = 21, a_2 = 5$, 则 $\{a_n\}$ 的公差 $d =$ ()
A. -3 B. 3
C. 1 D. -1
- ★4. [2024 · 安徽合肥高二期中] 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = pn^2 + qn + r$ (p, q, r 为常数, 且 $p \neq 0, n \in \mathbf{N}^*$), 则“ $\{a_n\}$ 是等差数列”是“ $r = 0$ ”的 ()
A. 充要条件
B. 充分不必要条件
C. 必要不充分条件
D. 既不充分也不必要条件
5. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $S_{m-1} = -2$ ($m \geq 2$), $S_m = 0, S_{m+1} = 3$, 则 $m =$ ()
A. 3 B. 4
C. 5 D. 6
6. 设 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 若 $a_1 = 1$, 公差 $d = 2$, 且 $S_{n+2} - S_n = 36$, 则 n 的值为 ()
A. 7 B. 8
C. 9 D. 10
7. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_3 + a_6 + a_9 + \cdots + a_{3n} = \frac{3}{4}n(n+1)$, 则 $\{a_n\}$ 的公差为 ()
A. 1 B. 2
C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{2}$
8. (多选题)[2025 · 黑龙江鸡西高二期中] 设 d, S_n 分别为各项均不相等的等差数列 $\{a_n\}$ 的公差和前 n 项和, 若 $S_{10} = S_{20}$, 则下列说法中正确的是 ()
A. $a_{15}a_{16} > 0$
B. $S_{30} = 0$
C. 当 $d > 0$ 时, $a_{10} + a_{22} > 0$
D. 当 $d < 0$ 时, $|a_{10}| > |a_{22}|$
9. (多选题) 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $a_8 > 0, S_{17} < 0$, 则下列结论正确的有 ()
A. $a_8 + a_9 < 0$
B. $a_9 < 0$
C. 数列 $\{a_n\}$ 为递减数列
D. 对任意 $n \in \mathbf{N}^*$, 都有 $S_n \leq S_8$

二、填空题

10. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $a_2 + a_7 + a_{12} = 30$, 则 $a_7 =$ _____, $S_{13} =$ _____.
11. 在公差为 d 的等差数列 $\{a_n\}$ 中, S_n 为其前 n 项的和, 若 $S_{30} = 5(a_5 + 3a_{10} + 2a_k)$, 则正整数 $k =$ _____.
12. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , a_1 为整数, $a_2 = -13, S_n \geq S_8$, 则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n =$ _____.

班级	
姓名	
答题区	题号
	1
	2
	3
	4
	5
	6
	7
	8
	9

三、解答题

13. (13 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 是 n 的二次函数, 且 $a_1 = -2, a_2 = 2, S_3 = 6$.

(1) 求 S_n ;

(2) 证明: 数列 $\{a_n\}$ 是等差数列.

14. (13 分) [2024 · 陕西韩城高二期中] 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $a_3 a_{10} = -40, S_5 = -20$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 求使 $\frac{S_n}{a_n} < 1$ 成立的 n 的取值集合.

► 思维探索 选做题

15. (多选题) [2025 · 黑龙江哈尔滨高二期中] 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $a_2 < -a_{13} < a_1$, 则 ()

A. $a_7 > 0$

B. $a_8 < 0$

C. $S_{15} > 0$

D. 数列 $\left\{\frac{S_n}{n}\right\}$ 是递减数列

16. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 首项 $a_1 = 3$, 公差 $d = 2$, 若某学生对其中连续 10 项进行求和, 在遗漏掉一项的情况下, 求得余下 9 项的和为 185, 则此连续 10 项的和为_____.

第2课时 等差数列的前 n 项和的性质及其应用

一、选择题

- 若 $\{a_n\}$ 为等差数列, 其前 n 项和为 S_n , $S_4=2$, $S_8=6$, 则 $S_{12} =$ ()
A. 10 B. 12 C. 14 D. 16
- 已知 $\{a_n\}$ 为等差数列, 若 $a_1 + a_2 + a_3 = 5$, $a_7 + a_8 + a_9 = 10$, 则 $a_{19} + a_{20} + a_{21} =$ ()
A. 19 B. 20 C. 21 D. 22
- 把 100 个面包分给 5 个人, 使每个人所得成等差数列, 且使较大的三份之和是较小的两份之和的 7 倍, 则最小的一份面包个数为 ()
A. $\frac{5}{3}$ B. $\frac{10}{3}$ C. $\frac{5}{6}$ D. $\frac{11}{6}$
- 已知一个等差数列的项数为奇数, 其中所有奇数项的和为 264, 所有偶数项的和为 253, 则此数列的项数是 ()
A. 43 B. 45 C. 47 D. 49
- [2024 · 湖北黄冈高二期中] 设 S_n, T_n 分别是等差数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 的前 n 项和, 若 $\frac{S_n}{T_n} = \frac{n}{2n+1} (n \in \mathbf{N}^*)$, 则 $\frac{a_5}{b_6} =$ ()
A. $\frac{5}{13}$ B. $\frac{9}{19}$ C. $\frac{11}{23}$ D. $\frac{9}{23}$
- [2025 · 上海宝山区高二期中] 已知 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 若 $a_1 > 0$ 且 $S_{20} = 0$, 则当 S_n 取得最大值时 n 的值为 ()
A. 5 B. 10 C. 15 D. 20
- [2025 · 福建莆田高二期末] 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 公差为 d , 若 $S_{10} < S_9 < S_{11}$, 则下列说法不正确的是 ()
A. $d > 0$ B. $a_1 < 0$ C. $S_{20} > 0$ D. $S_{21} < 0$
- (多选题) 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $S_n = An^2 + Bn$, 若 $S_{13} = S_{15} > 0$, 则下列说法正确的有 ()
A. 数列 $\{a_n\}$ 是等差数列
B. S_n 的最小值为 S_{14}
C. S_n 的最大值为 S_{14}
D. 若 $a_n < 0$, 则 n 的最小值为 15
- (多选题) [2024 · 广东广雅中学高二期中] 记 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 若 $\{a_n\}$ 的公差 $d > 0$, 则下列说法一定正确的有 ()
A. $S_3, S_6 - S_3, S_9 - S_6$ 成等差数列
B. $\frac{S_3}{3}, \frac{S_6}{6}, \frac{S_9}{9}$ 成等差数列
C. 若等差数列 $\{a_n\}$ 的项数为 $2n+1$, $S_{\text{奇}}$ 为所有奇数项的和, $S_{\text{偶}}$ 为所有偶数项的和, 则 $S_{\text{奇}} - S_{\text{偶}} = a_{n+1}$
D. 若 $S_9 - S_6 = 0$, 则当 $n=7$ 时, S_n 取得最小值

二、填空题

- 已知首项为 2 的数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且数列 $\left\{\frac{S_n}{n}\right\}$ 是公差为 1 的等差数列 ($n \in \mathbf{N}^*$), 若 $S_n < 100$, 则 n 的最大值为_____.
- 已知两个等差数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的前 n 项和分别为 S_n, T_n , 且 $\frac{S_n}{T_n} = \frac{5n+2}{n+3}$, 则 $\frac{a_5 + a_6}{b_5 + b_6}$ 的值为_____.
- 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 则“ $a_{2024} = 0$ ”是“ $S_n = S_{4047-n} (n < 4047, n \in \mathbf{N}^*)$ ”的_____条件. (填“充分不必要”“必要不充分”“充要”“既不充分也不必要”中的一个)

班级	
姓名	
答题区	题号
	1
	2
	3
	4
	5
	6
	7
	8
	9

三、解答题

13. (13 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1, a_2 = 2, a_{n+2} - a_n = 3$.

(1) 求 a_{2n} ;

(2) 当 n 为奇数时, 求数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

14. (13 分) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $4a_1 + a_3 = 16, S_5 = 8a_2$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 若 $S_{m+k} - S_m = 119$, 求正整数 m, k 的值.

思维探索 选做题

15. 已知数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 均为等差数列, 其前 n

项和分别为 S_n, T_n , 且 $\frac{S_n}{T_n} = \frac{12-2n}{n+3}$, 若 $\frac{a_n}{b_n} \geq$

λ 对任意的 $n \in \mathbf{N}^*$ 恒成立, 则实数 λ 的最大值为 ()

A. $\frac{5}{2}$ B. 0 C. -2 D. 2

16. (多选题) [2025 · 福建泉州高二期中] 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = kn^2 + n - k + 2$, 则下列说法正确的是 ()

A. 若 $\{a_n\}$ 是等差数列, 则 $k = 2$

B. 若 $\{a_n\}$ 不是递增数列, 则 $k \leq 2$

C. 若 $S_n < S_{n+2}$, 则 $k > 2$

D. 若 $\frac{S_n}{n}$ 的最小值为 3, 则 $k \geq \frac{2}{3}$

滚动习题(一)

范围 5.1~5.2

(时间:45 分钟 分值:100 分)

一、单项选择题:本大题共 6 小题,每小题 5 分,共 30 分.

1. 已知数列 $\{a_n\}$ 为 3, 5, 7, 9, $\dots$, 则该数列的通项公式可能是 ()

- A. $a_n = 2n + 1$ B. $a_n = 2^n + 1$
C. $a_n = 2^{n+1}$ D. $a_n = 2^{n+1} - 1$

2. 已知数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数, 首项 $a_1 = 3$, 且数列 $\{\log_3 a_n\}$ 是以 -2 为公差的等差数列, 则 $a_3 =$ ()

- A. $\frac{1}{27}$ B. $\frac{1}{3}$
C. 1 D. 9

3. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $S_3 = 3, S_6 = 9$, 则 $S_{12} =$ ()

- A. 12 B. 15
C. 18 D. 30

4. [2024 · 北京怀柔区高二期末] 若 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, $S_8 > S_n (n \neq 8, n \in \mathbf{N}^*)$, 则 ()

- A. $a_8 \geq 0, a_9 < 0$
B. $a_8 > 0, a_9 < 0$
C. $a_8 = 0, a_9 < 0$
D. $a_8 > 0, a_9 = 0$

5. 已知等差数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 的前 n 项和分别为

S_n, T_n , 若 $\frac{S_n}{T_n} = \frac{n}{2n+3}$, 且 $\forall n \in \mathbf{N}^*, \exists M > 0, \frac{a_n}{b_n} < M$, 则 M 的最小值为 ()

- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{1}{4}$
C. $\frac{1}{2}$ D. 1

6. [2024 · 黑龙江哈尔滨六中高二期] 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 + 3a_2 + 5a_3 + \dots + (2n-1)a_n = n (n \in \mathbf{N}^*)$, 若 $b_n = a_n \cdot a_{n+1}$, 则 $\{b_n\}$ 的前 2024 项和为 ()

- A. $\frac{2023}{4047}$ B. $\frac{2024}{4049}$
C. $\frac{4046}{4047}$ D. $\frac{4048}{4049}$

二、多项选择题:本大题共 2 小题,每小题 6 分,共 12 分.

7. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $S_{2023} < 0, S_{2024} > 0$, 则下列结论正确的是 ()

- A. $\{a_n\}$ 是递减数列
B. $a_{1012} < 0, a_{1013} > 0$
C. $|a_{1013}| > |a_{1012}|$
D. $S_n \geq S_{1012}$

8. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $a_1 = -5, a_{n+1} = a_n + 2$, 则下列说法正确的是 ()

- A. $\{a_n\}$ 是递增数列
B. 数列 $\{S_n\}$ 的最小项为 S_6
C. 数列 $\left\{\frac{S_n}{n}\right\}$ 是等差数列
D. $S_m, S_{2m}, S_{3m} (m \in \mathbf{N}^*)$ 成等差数列

三、填空题:本大题共 3 小题,每小题 5 分,共 15 分.

9. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{n \cdot 2^n}{n+1}$, 其中 $a_1 = 1$, 则 $a_8 =$ _____.

10. 一个等差数列共有 $2n$ 项, 奇数项的和与偶数项的和分别为 24 和 30, 且末项比首项大 10.5, 则该数列的项数是 _____.

11. [2025 · 河北沧州高二期中] 已知 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 若 $\frac{S_m}{m} - S_1 = 1 (m \geq 2, \text{ 且 } m \in \mathbf{N}_+)$, 则 $\frac{S_{2m-1}}{2m-1} - S_1 =$ _____.

班级	
姓名	
答题区	题号
	1
	2
	3
	4
	5
	6
	7
	8

四、解答题：共大题共 3 小题，共 43 分。

12. (13 分) 记 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，已知 $a_1 = -7, S_3 = -15$.
- (1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；
- (2) 求 S_n 的最小值.

13. (15 分) (1) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，若 $S_{10} = 120$ ，且在这 10 项中， $\frac{S_{\text{奇}}}{S_{\text{偶}}} = \frac{11}{13}$ ，求 $\{a_n\}$ 的公差 d .
- (2) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 m 项和为 30，前 $2m$ 项和为 100，求数列 $\{a_n\}$ 的前 $3m$ 项和 S_{3m} .

14. (15 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1, a_{n+1} = 3a_n - 2n + 1$.
- (1) 计算 a_2, a_3 ，猜想 $\{a_n\}$ 的通项公式并加以证明；
- (2) 设 $b_n = \frac{a_n^3}{3^{a_n}}$ ，求数列 $\{b_n\}$ 取得最大值时 n 的值.